

Raciocínio Matemático: um estudo realizado na Acta do EIEM 2013¹

Mathematical reasoning: a study carried out in the EIEM 2013 Minutes

Razonamiento matemático: un estudio realizado en el Acta EIEM 2013

Eixo temático: Licenciatura em Matemática, Tópicos de Matemática e Matemática Aplicada

OLIVEIRA, Beatriz de., UEL, beatriz.oliveira.mat@uel.br

PIRES, Magna Natalia Marin., UEL, magna@uel.br

Resumo: Este artigo apresenta os resultados de uma Iniciação Científica a respeito do tema Raciocínio Matemático, feita na Acta do EIEM de 2013 realizada pela Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática. O objetivo foi compreender o conceito de raciocínio matemático e suas principais características. Para isso foram construídos quadros com trechos dos textos que definem e caracterizam o raciocínio matemático. As definições foram organizadas de acordo com os autores e descrição explicando-as. Com o intuito de organizar os conceitos estudados foi construído um mapa conceitual na tentativa de apresentar a composição do Raciocínio Matemático. A realização desse estudo propiciou uma experiência de pesquisa para a autora, licencianda em Matemática, e também trouxe contribuições teóricas a respeito do raciocínio matemática e suas implicações na construção do conhecimento matemático.

Palavras-chaves: Raciocínio matemático. Tipos de raciocínio matemático. Indução. Dedução. Argumentação.

Abstract: *This article presents the results of a Scientific Initiation on the theme Mathematical Reasoning, made in the 2013 EIEM Minutes carried out by the Portuguese Mathematical Education Research Society. The objective was to understand the concept of mathematical reasoning and its main characteristics. For that, tables were constructed with excerpts from the texts that define and characterize mathematical reasoning. The definitions were organized according to the authors and description explaining them. In order to organize the studied concepts, a conceptual map was constructed in an attempt to present the composition of Mathematical Reasoning. The realization of this study provided a research experience for the author, a graduate student in Mathematics, and also brought theoretical contributions regarding mathematical reasoning and its implications in the construction of mathematical knowledge.*

Keywords: *Mathematical reasoning. Types of mathematical reasoning. Induction. Deduction. Argumentation.*

Resumen: *Este artículo presenta los resultados de una Iniciación Científica sobre el tema Razonamiento Matemático, realizada en el Acta EIEM 2013 realizada por la Sociedad*

¹OLIVEIRA, Beatriz de. PIRES, Magna Natalia Marin. Raciocínio Matemático: um estudo realizado na Acta do EIEM 2013. In: CONGRESSO ARAGUAIENSE DE CIÊNCIAS EXATA, TECNOLÓGICA E SOCIAL APLICADA, p.1-9, 2020, Santana do Araguaia. **Anais...** Santana do Araguaia: II CONARA, 2020.

Portuguesa de Investigación en Educación Matemática. El objetivo fue comprender el concepto de razonamiento matemático y sus principales características. Para eso, se construyeron tablas con extractos de los textos que definen y caracterizan el razonamiento matemático. Las definiciones se organizaron según los autores y la descripción que las explica. Con el fin de organizar los conceptos estudiados, se construyó un mapa conceptual en un intento de presentar la composición del Razonamiento Matemático. La realización de este estudio brindó una experiencia investigativa para el autor, estudiante de posgrado en Matemáticas, y también aportó aportes teóricos sobre el razonamiento matemático y sus implicaciones en la construcción del conocimiento matemático.

Palabras clave: Razonamiento matemático. Tipos de razonamiento matemático. Inducción. Deducción Argumentación.

1 Introdução

Este texto apresenta o resultado de uma Iniciação Científica com o título Raciocínio Matemático: acta do EIEM - Encontro de Investigação em Educação Matemática. A autora é bolsista do Programa de Educação Tutorial e está cursando a graduação em Matemática (Licenciatura) na Universidade Estadual de Londrina - UEL. O estudo teve o objetivo de compreender o conceito de raciocínio matemático e suas principais características de acordo com os artigos presentes na ata do Encontro de Investigação em Educação Matemática 2013, realizado pela Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática com o tema “Raciocínio Matemático”.

A ata do EIEM 2013 reúne os trabalhos apresentados no evento que ocorreu nas Penhas da Saúde em Covilhã nos dias 18 e 19 de maio, o tema principal foi “Raciocínio Matemático”. O documento composto por 521 páginas é dividido em quatro partes: apresentação, evocando Paulo Abrantes, plenárias e grupos de discussão. A apresentação escrita por António Domingos, Manuel Joaquim Saraiva e Rosa Antónia Tomás Ferreira descreve a importância do tema “Raciocínio matemático” para o desenvolvimento do ensino da matemática. Os programas portugueses consideram que o raciocínio é uma capacidade transversal que proporciona a compreensão dos conceitos matemáticos. Ressalta a importância das tarefas e da participação do professor como fatores essenciais para o desenvolvimento do raciocínio.

O texto Evocando Paulo Abrantes escrito por Leonor Santos é uma homenagem póstuma ao professor reconhecido nacional e internacionalmente por suas contribuições para o ensino. O texto inicia descrevendo as realizações acadêmicas de Abrantes, dentre elas a elaboração de manuais escolares, sua atuação como professor e investigador na Universidade de Lisboa e seus estudos e projetos sobre desenvolvimento curricular. No trecho seguinte, Leonor descreve o raciocínio matemático segundo Abrantes. Para ele o raciocínio é uma capacidade de ordem superior que necessita de resolução de problemas e comunicação para ser desenvolvida.

As plenárias apresentadas são: MATHEMATICAL REASONING: CONJECTURING AND PROVING IN A DYNAMIC GEOMETRY ENVIRONMENT, escrita por Maria Alessandra Mariotti e O CONTRIBUTO DA VISUALIZAÇÃO NO DESENVOLVIMENTO DO RACIOCÍNIO FUNCIONAL, escrita por Ana Barbosa. A primeira apresenta os sistemas de geometria dinâmica como uma ferramenta didática para promover o desenvolvimento do raciocínio geométrico e produzir conjecturas. A segunda analisa as resoluções de estudantes do 6º ano referentes a tarefas que apresentam a generalização de padrões e retrata o papel da visualização no raciocínio funcional.

Os trabalhos foram divididos em três grupos de discussão: Raciocínio em Geometria, Raciocínio em números e álgebra e Raciocínio e demonstração. O primeiro é composto por

nove trabalhos que abordam o desenvolvimento do raciocínio matemático, argumentação e a importância das tarefas. O segundo grupo é constituído por nove comunicações nas quais são abordadas as generalizações, o desenvolvimento do raciocínio e a atuação docente. O terceiro grupo contém nove comunicações com os temas: demonstração, pensamento matemático avançado e conhecimento matemático.

2 Raciocínio Matemático

Segundo, Yackel e Hanna (2003, apud PIMENTEL; VALE, 2013) a abordagem da matemática como raciocínio é oposta a ideia de que a matemática é um conjunto de regras.

Alguns autores definem o raciocínio matemático como uma capacidade. Por exemplo, Resnick (1987, apud VALE; PIMENTEL, 2013) o considera como uma capacidade crítica. Monteiro e Santos (2013) o definem como capacidade fundamental. Já para Abrantes (1997, apud SANTOS, 2013) o raciocínio é uma capacidade de ordem superior. Para Thompson (1996, apud BARBOSA, 2013) o raciocínio é a capacidade pela qual os alunos adquirem conhecimento.

Há outros autores que o definem como um processo. Lannin, Ellis e Elliot (2011) o caracterizam como um processo evolutivo (apud PIMENTEL; VALE, 2013) e dinâmico (apud MATA-PEREIRA; PONTE, 2013). Para Poças, Aires e Campos (2013) o raciocínio é um processo de pensamento. Oliveira (2008, apud MATA-PEREIRA; PONTE, 2013) o define como um conjunto de processos mentais complexos. Enquanto Ponte, Mata-Pereira & Henriques (2012, apud VELEZ; PONTE, 2013) o definem como o processo de fazer inferências.

Vale acrescentar que Lithner (2008, apud QUARESMA; PONTE, 2013) defende o raciocínio como uma competência básica. Abrantes, Serrazina & Oliveira (1999, apud SANTOS, 2013) o consideram uma atividade intelectual. E English (1997, apud PINHEIRO; CARREIRA, 2013) ressalta que o raciocínio é imaginativo.

Quanto os tipos de raciocínio alguns autores como Pimentel & Vale (2013) defendem a existência de dois tipos: indutivo e dedutivo. Já autores como Yu (2006, apud VALE; PIMENTEL, 2013) e Rivera e Becker (2007, apud PIMENTEL; VALE, 2013) acrescentam o raciocínio abduutivo referente à fase anterior à realização do processo de indução. Para Pólya (1981, apud BARBOSA, 2013) os tipos de raciocínio são raciocínio plausível e raciocínio demonstrativo ou dedutivo.

Dentre as contribuições do raciocínio matemático, a principal é a sua importância para a aprendizagem matemática sendo considerado por Lannin, Ellis e Elliot (2011, apud MESTRE; OLIVEIRA, 2013) a essência da atividade matemática. Para Yackel & Hanna (2003, apud PINHEIRO; CARREIRA, 2013) o raciocínio deve estar aliado à resolução de problemas e a comunicação. Abrantes, citado por Leonor Santos ressalta o papel do professor. E ainda, são mencionadas as finalidades do raciocínio, como por exemplo, promover a compreensão dos alunos e auxiliá-los a refletir sobre a validade ou não de uma ideia.

Segundo Poças, Aires e Campos (2013) o raciocínio tem o objetivo de explicar, justificar e argumentar. A essas ações, Lannin, Ellis & Elliot (2011, apud BARBOSA, 2013) acrescentam conjecturar, generalizar e investigar o porquê. Para isso, são utilizados os processos de representação, significação, generalização, argumentação, justificação e demonstração. Segundo Barbosa (2013) as representações são a base do raciocínio. As conexões entre diferentes representações são dotadas de significados, assim são relacionados os processos de representação e significação. Para Monteiro e Santos (2013) o raciocínio envolve a argumentação matemática, esse processo engloba a justificação e a demonstração.

2.1 Tipos de Raciocínio Matemático

Os raciocínios indutivo e dedutivo são os tipos mais comuns de raciocínio. Segundo Pimentel & Vale (2013) o processo de indução engloba a observação de dados e a formulação de hipóteses com base na generalização enquanto a dedução visa à validação da proposição por meio da argumentação.

Outros autores como Yu (2006, apud VALE; PIMENTEL, 2013), Rivera e Becker (2007, apud PIMENTEL; VALE, 2013) e Peirce (2010, apud PIMENTEL; VALE, 2013) retratam o raciocínio abdutivo como fundamental para a formulação de hipóteses. Para Peirce (2010, apud PIMENTEL; VALE, 2013) a abdução é um modo de inferência pelo qual as ideias surgem na mente do indivíduo, dessa forma a criatividade, o conhecimento prévio e a intuição são utilizados na formulação de hipóteses. Para Vale e Pimentel (2013) a abdução é uma inferência usada para criar uma hipótese prévia que pode ser utilizada, por exemplo, na descoberta de padrões. Para Yu (2006 apud VALE; PIMENTEL, 2013) essa etapa corresponde à criação de uma conjectura. Pólya (1981, apud BARBOSA, 2013) denomina de raciocínio plausível a atividade de elaborar conjecturas utilizando a criatividade e a intuição.

Para Rivera e Becker (2007 apud PIMENTEL; VALE, 2013) a elaboração de uma proposição ocorre em um processo cíclico de abduções e induções. A abdução é a introdução de uma nova ideia com o objetivo de formular uma conjectura. Os autores acrescentam que e a indução verifica se é válida para alguns casos. Se esse processo indicar a validade da hipótese será iniciada a etapa de dedução. Caso a testagem da proposição revele um contraexemplo será realizada novamente a etapa de abdução. Vale ressaltar que essa fase é intuitiva, portanto não podem ser feitas afirmações quanto à validade da proposição.

Segundo Pimentel e Vale (2013) a etapa da indução consiste na observação de dados, formulação de hipóteses, experimentação dessas hipóteses em outros casos e por fim a generalização dessa hipótese. Dessa forma, a indução realiza uma generalização partindo de um caso particular para o geral. Já outros autores como Rivera e Becker (2007, apud PIMENTEL; VALE, 2013) e Yu (2006, apud VALE; PIMENTEL, 2013) defendem que ao raciocínio indutivo compete apenas testar se a conjectura é válida em vários casos, uma vez que a conjectura foi formulada na etapa da abdução. Em síntese, a etapa de indução se refere ao processo de generalização, no qual uma hipótese válida em uma situação é aplicada a várias outras. Desse modo, pressupõe-se que a proposição seja válida para infinitos casos, porém não se pode afirmar com certeza, pois é possível que exista um caso que não foi testado em que a proposição seja inválida.

Para Pimentel e Vale (2013) a dedução surge da veracidade de verificar a validade de uma proposição ou generalização. Para os autores essa verificação deve utilizar argumentos lógicos. Yu (2006, apud VALE; PIMENTEL, 2013) atribui ao raciocínio abdutivo a função de explicar a validade de uma conjectura. E Pólya (1981, apud BARBOSA, 2013) defende que a fase da dedução assegura o conhecimento por meio da utilização de cadeias argumentativas.

O raciocínio dedutivo corresponde à fase em que é provada a validade da proposição. O processo de dedução utiliza argumentos irrefutáveis para justificar a veracidade do que está sendo provado. Dessa forma, o resultado demonstrado é incontestável. A esta fase são associados os processos de justificação, argumentação e demonstração. Além de provar a validade de uma conjectura, esse tipo de raciocínio é indispensável para a compreensão dos motivos que tornam uma conjectura verdadeira.

Pode-se dizer que todos os tipos de raciocínio são necessários para demonstrar uma conjectura uma vez que os processos de indução e dedução dependem da hipótese criada na abdução e apenas o raciocínio dedutivo tem a capacidade de comprovar a validade da conjectura.

3 Metodologia

O estudo teve início com a elaboração de um texto e construção de tabela com o intuito de conhecer a ata do evento. O texto descreve a estrutura em que os trabalhos foram organizados. Para a construção da tabela foram extraídos da ata os títulos e os autores de todos os textos. Em seguida foi realizada a leitura dos resumos e alguns trechos de cada texto para extrair as ideias principais de cada estudo e assim foi preenchida a coluna resumo. Além disso, a última coluna da tabela foi preenchida pelos graus de escolaridade dos alunos participantes do estudo.

A segunda etapa foi dada pela busca dos trechos que continham o termo “Raciocínio Matemático” na ata do evento, e os que mais relevantes foram transcritos. Em seguida foram extraídas as informações artigo, autor e página referentes à localização de cada trecho na ata do EIEM. Os dados obtidos foram organizados em uma tabela formada por: Artigo, autor(es) e definição de raciocínio matemático. Em seguida foi feita uma análise das diferenças e semelhanças que as definições apresentavam e foi decidido que seriam realizados estudos sobre os tipos, processos, contribuições, definições do raciocínio matemático.

As definições foram organizadas em um quadro contendo a definição, o autor e uma descrição explicando-as. No tópico tipos de raciocínio foi realizada a construção de uma tabela formada pelo nome dos autores em ordem cronológica e os tipos de raciocínio citados por eles. Os processos foram apresentados em um outro quadro contendo as definições e características, e os objetivos que esses processos podem alcançar.

Para organizar os resultados obtidos com esse estudo teórico apresentamos um Mapa Conceitual.

4 Resultados

A análise das definições atribuídas ao raciocínio matemático apresentadas no documento estudado mostrou que não há uma única definição para esse conceito. Alguns autores o consideram uma capacidade, outros o caracterizam como um processo e outros que apresentam definições diferentes. O quadro que segue traz as definições para o Raciocínio Matemático pelos autores e suas fontes nos textos estudados da acta do EIEM (2013).

Quadro 1 – Definição de Raciocínio Matemático

Definição de Raciocínio Matemático	Autor
Capacidade crítica	Resnick (1987, apud VALE; PIMENTEL, 2013)
Capacidade de ordem superior	Abrantes (1997, apud SANTOS, 2013)
Capacidade para adquirir conhecimento	Thompson (1996, apud BARBOSA, 2013)
Capacidade transversal	Programa de Matemática do Ensino Básico (2007, apud MESTRE; OLIVEIRA, 2013)
Capacidade fundamental	Monteiro e Santos (2013)
Processo evolutivo	Lannin, Ellis e Elliot (2011, apud PIMENTEL; VALE, 2013)
Processo dinâmico	Lannin, Ellis e Elliot (2011, apud PEREIRA; PONTE, 2013)
Processo de pensamento	Poças, Aires e Campos (2013)
Conjunto de processos mentais complexos	Oliveira (2008, apud MATA-PEREIRA; PONTE, 2013)
Processo de fazer inferências	Ponte, Mata-Pereira & Henriques (2012, apud VELEZ; PONTE, 2013)
Competência básica	Lithner (2008, apud QUARESMA; PONTE, 2013)

Atividade intelectual	Abrantes, Serrazina & Oliveira (1999, apud SANTOS, 2013)
Imaginativo	English (1997, apud PINHEIRO; CARREIRA, 2013)

Fonte: o autor (2020)

O Quadro 2 resume a classificação dos tipos de raciocínio apresentados pelos autores estudados. Podemos observar que os raciocínios indutivo e dedutivo são os tipos mais utilizados pelos autores para tipificar o raciocínio.

Quadro 2 – Tipos de Raciocínio

Autor	Tipos de raciocínio
Polya (1981 apud BARBOSA, 2013)	Plausível: Atividade criativa e intuitiva utilizada para a criação de conjecturas. Demonstrativo ou dedutivo: Verifica a veracidade da conjectura por meio de cadeias argumentativas.
Yu (2006, apud VALE; PIMENTEL, 2013)	Abdutivo: Cabe a criação de uma conjectura. Indutivo: Verifica a validade, aplicando em outros casos. Dedutivo: Explica a validade da conjectura.
Rivera e Becker (2007, apud PIMENTEL; VALE, 2013)	Abdutivo: É a introdução de uma nova ideia para a formulação de uma hipótese. Indutivo: Refere-se ao teste da conjectura. Dedutivo: Verificar a validade da conjectura por meio de explicação, argumentação e prova.
Peirce (2010 apud PIMENTEL; VALE, 2013)	Abdutivo: É a fase em que as ideias surgem na mente, trata-se da produção de hipóteses de forma criativa e intuitiva. Indutivo: Não há necessidade de indução, pois a hipótese produzida tem base no conhecimento prévio.
Pimentel & Vale (2013)	Indutivo: Parte de um caso particular para um geral, engloba a observação de dados para formulação de hipóteses e a generalização por meio da experimentação em diversos casos. Dedutivo: Verifica a validade da proposição por meio da argumentação, utilizando argumentos lógicos do tipo <i>modus ponens</i> .

Fonte: o autor (2020)

O raciocínio matemático é desenvolvido por meio de algumas ações e processos. Dentre as ações, Lannin, Ellis e Elliott (2011, apud PIMENTEL; VALE, 2013) destacam conjecturar, generalizar, investigar porquê, desenvolver e avaliar argumentos. O ato de conjecturar surge da análise de uma situação e da formulação de uma afirmação que se acredita ser válida. Generalizar envolve expandir propriedades de um objeto para um conjunto maior de objetos. O desenvolvimento e a avaliação de argumentos fazem parte do processo de argumentação. A justificação e demonstração são casos particulares de argumentação. Os processos de representação e significação são essenciais para a construção e comunicação do raciocínio matemático. O Quadro 3 apresenta esses conceitos de acordo com os autores estudados.

Quadro 3 – Processos

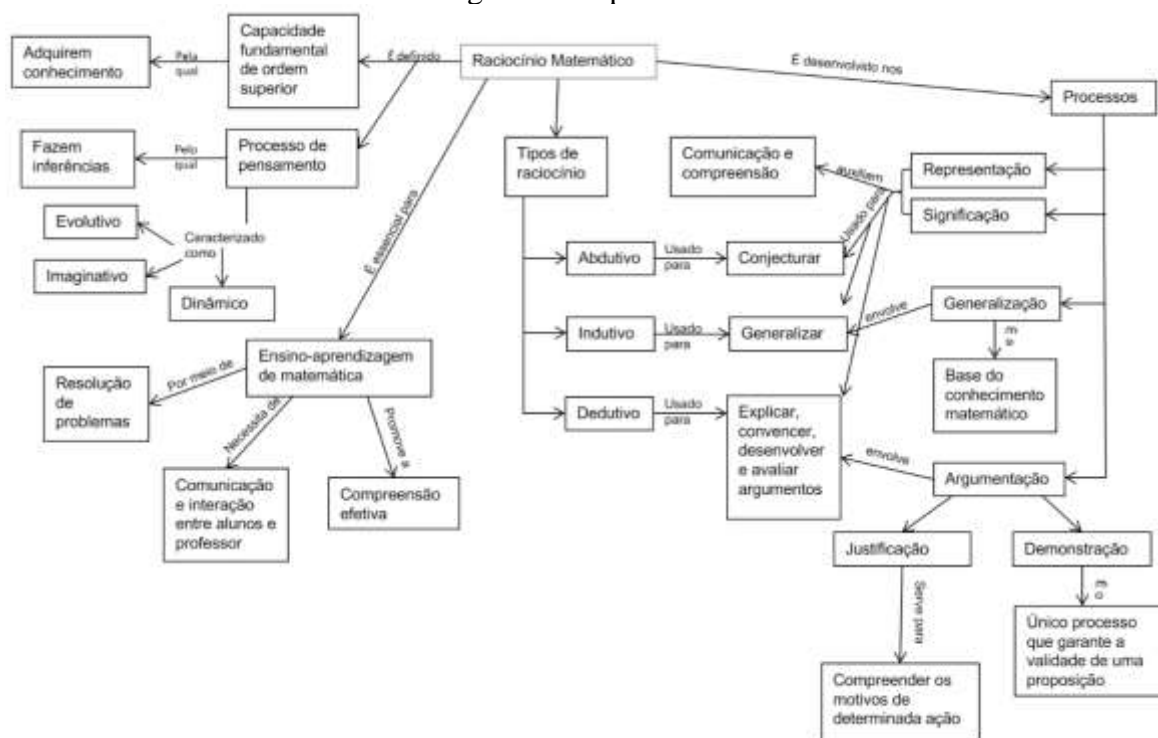
Processos	Definição e características	Objetivos
Representação	As representações são os recursos observáveis que o indivíduo usa para representar suas ideias, como por exemplo, os desenhos, a escrita, os gráficos e etc.	Sugerir, substituir ou simbolizar o objeto a ser representado. Além disso, pode ser usada para fazer transformações dentro de um mesmo registro de representação ou para converter em outros registros de um mesmo objeto.
Significação	A significação é o processo de atribuir significados aos objetos.	Compreender significados, estabelecer conexões e perceber relações. Ao compreender os significados, os alunos conseguem perceber as propriedades de um objeto e utilizar diferentes representações .
Generalização	Generalização é um processo que consiste em perceber características comuns a um determinado grupo de objetos e testar se essas características são válidas para um grupo maior.	Trata-se de fazer uma afirmação sobre alguma propriedade ou conceito de um objeto e testar se é válida para um conjunto de objetos.
Argumentação	Argumentação é o processo em que são utilizados argumentos para tentar convencer alguém quanto a validade de uma ideia, mesmo que a ideia não seja válida.	A argumentação tem por objetivo convencer os indivíduos da veracidade ou falsidade de uma proposição.
Justificação	O processo de justificação é a parte da argumentação que utiliza argumentos convincentes, resistentes e completos. Justificar também pode ser entendido como expor as razões ou motivos que levam a uma determinada ação.	Evidenciar e esclarecer determinada ideia ou ação.
Demonstração	É o processo que utiliza argumentos verdadeiros para mostrar a validade incontestável de teoremas, conjecturas, propriedades e etc.	Tem a função de compreensão, validação, explicação, convencimento, sistematização e descoberta.

Fonte: o autor (2020)

4 Discussões

O Mapa conceitual a seguir tem por objetivo associar, de acordo com os autores estudados, o Raciocínio Matemático às suas definições, aos principais tipos de raciocínio, aos processos que promovem o desenvolvimento do raciocínio e às suas contribuições para o ensino-aprendizagem de matemática.

Figura 1- Mapa conceitual



Fonte: o autor(2020)

Tendo em vista os aspectos metodológicos envolvidos, acreditamos que esse projeto de iniciação científica contribuiu para a formação de um profissional de pesquisa. Considerando as contribuições teóricas a respeito do raciocínio matemático e suas implicações na construção do conhecimento matemático, podemos considerar que o desenvolvimento dessa iniciação científica foi fator de alta relevância na formação de um profissional docente.

5 Conclusões

A realização desse projeto de Iniciação Científica promoveu o conhecimento de importantes conceitos matemáticos. O estudo foi feito na base teórica apresentada pelos autores dos textos da ata do ELEM e que até então não tinham sido vistos na graduação. O documento apresenta diversas propostas de ensino utilizadas em Portugal que poderiam auxiliar na educação brasileira. A forma como a pesquisa foi realizada permite conhecer novas formas de obter e organizar informações por meio da utilização da ferramenta de busca e da construção de tabelas, esquemas e textos.

Este estudo mostra que a compreensão dos fatores relacionados ao raciocínio matemático é fundamental para a prática docente uma vez que o desenvolvimento do raciocínio é indispensável para a aprendizagem matemática. Dessa forma, entender o conceito de raciocínio matemático permite que o professor entenda quais habilidades devem ser desenvolvidas em sala de aula.

Agradecimentos

Ao FNDE pela bolsa concedida à autora, referente ao Programa de Educação Tutorial.

Referências

BARBOSA, A. O contributo da visualização no desenvolvimento do raciocínio funcional. In: ENCONTRO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2013, Covilhã. **Ata do EIEM 2013**. p.51-80

MATA-PEREIRA, J.; PONTE, J.P. Processos de raciocínio matemático em alunos do 9º ano: generalização em números reais e inequações. In: ENCONTRO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2013, Covilhã. **Ata do EIEM 2013**. p. 235-253

MESTRE, C.; OLIVEIRA, H. Um percurso na generalização matemática: uma experiência de ensino no 4º ano. In: ENCONTRO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2013, Covilhã. **Ata do EIEM 2013**. p. 254-276

MONTEIRO, R.; SANTOS, L. A argumentação matemática na perspectiva da professora Rita. In: ENCONTRO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2013, Covilhã. **Ata do EIEM 2013**. p. 170-184

PIMENTEL, T.; VALE, I. Raciocinar em geometria: o papel das tarefas. In: ENCONTRO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2013, Covilhã. **Ata do EIEM 2013**. p. 129-145

PINHEIRO, A.; CARREIRA, S. O desenvolvimento do raciocínio geométrico no tópico triângulos e quadriláteros. In: ENCONTRO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2013, Covilhã. **Ata do EIEM 2013**. p. 146-169

POÇAS, R.; AIRES, A.P.; CAMPOS, H. O raciocínio geométrico de alunos do 6º ano de escolaridade sobre a noção de quadrado. In: ENCONTRO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2013, Covilhã. **Ata do EIEM 2013**. p. 87-106

QUARESMA, M.; PONTE, J.P. Representações e raciocínio matemático nos números racionais. In: ENCONTRO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2013, Covilhã. **Ata do EIEM 2013**. p. 277-296

SANTOS, L. O raciocínio matemático- evocando Paulo Abrantes. In: ENCONTRO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2013, Covilhã. **Ata do EIEM 2013**. p. 14-30

VALE, I.; PIMENTEL, T. Raciocinar com padrões figurativos. In: ENCONTRO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2013, Covilhã. **Ata do EIEM 2013**. p. 205-222

VELEZ, I.; PONTE, J.P. Promover o raciocínio dos alunos: planificar, conduzir e refletir sobre o trabalho na sala de aula. In: ENCONTRO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2013, Covilhã. **Ata do EIEM 2013**. p. 358-374.